

Devoir maison n°1

A rendre le 19/09

Exercice 1

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Dans cette première question, on s'intéresse à la fonction \arctan

(a) Donner un développement limité de \arctan à l'ordre 4 en 0.

(b) Montrer que $\forall x \in]0, +\infty[\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$.

(c) Trouver les réels a, b, c tels que $\arctan x = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^3} + o_{+\infty}\left(\frac{1}{x^3}\right)$

2. Soient $a, b \in]0, +\infty[$ des réels strictement positifs.

(a) Donner le domaine de définition de $f : x \mapsto \frac{1}{x^a(\ln(x))^b}$.

(b) Trouver toutes les valeurs de $\alpha \in \mathbb{R}$ telles que $f(x) = o_{+\infty}\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)$.

(c) Donner un équivalent de $f(x)$ en 1.

Indications

1. (a) A refaire sans le cours de préférence.
(b) On pourra étudier une fonction pour montrer qu'elle est constante.
(c) On pourra commencer par développer $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ lorsque $x \rightarrow +\infty$
2. (a) Attention au fait que b est un réel quelconque et pas un entier.
(b) Revenir à la définition de $o_{+\infty}$
(c) On peut poser $x = 1 + u$ ou encore $u = \dots$