Vérification des méthodes

Exercice 1
Donner le domaine d'étude ainsi que les symétries à effectuer pour étudier :

1. $t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(3t) \\ \sin(2t) \end{pmatrix}$
2. $t \mapsto \begin{pmatrix} \tan t \\ \cos t \end{pmatrix}$
3. $t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 + t^4 \\ t + \frac{1}{t} \end{pmatrix}$
4. $t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(t) + \sin(t) \\ \cos(t) - \sin(t) \end{pmatrix}$

Exercice 2
Préciser les valeurs de t_0 où chacune des courbes suivante est régulière, puis donner une équation de la tangente au point régulier de paramètre t_0

1. $t \mapsto \begin{pmatrix} t \\ e^{-t^2} \end{pmatrix}$
2. $t \mapsto \begin{pmatrix} t + \frac{1}{t} \\ t\ln(t) - t \end{pmatrix}$

Exercice 3
Etudier les points d'inflexions et les éventuelles branches infinies de $f : t \mapsto \begin{pmatrix} e^t \\ t^2 \end{pmatrix}$.

Exercice 4
Étudier les branches infinies de $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^* & \to & \mathbb{R}^2 \\ t & \mapsto & (\frac{1}{t}, \frac{1}{e^t - 1}) \end{array} \right.$.

Etude de courbes

Exercice 5
Etudier et tracer la courbe paramétrée par $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^2 \\ t & \mapsto & \begin{pmatrix} \frac{t^3}{1+t^2} \\ \frac{t}{1+t^4} \end{pmatrix} \end{array} \right.$

Exercice 6
Etudier et tracer la courbe $\begin{cases} x(t) = t - \sin(t) \\ y(t) = 1 - \cos(t) \end{cases}$. Pour réduire l'intervalle, on observera que $M(t + 2\pi)$ est l'image de $M(t)$ par une certaine translation à préciser.

Exercice 7
Etudier et tracer la courbe $t \mapsto \begin{pmatrix} 2\cos(t) - \cos(2t) \\ 2\sin(t) - \sin(2t) \end{pmatrix}$.

Exercice 8
On pose $\mathrm{th} = \frac{\mathrm{sh}}{\mathrm{ch}}$. Cette fonction est de classe $\mathcal{C}^\infty$ sur $\mathbb{R}$.

On considère la courbe (Γ) définie par $\begin{cases} x : t \mapsto t - \mathrm{th}\, t \\ y : t \mapsto \frac{1}{\mathrm{ch}\, t} \end{cases}$

1. Etudier (Γ)
2. (Révisions de 1ère année)
   (a) Calculer $\mathrm{ch}\, t_0$ et $\mathrm{th}\, t_0$ pour t_0 tel que $\mathrm{sh}\, t_0 = 1$. Calculer ensuite t_0 sous la forme d'un logarithme.
   (b) Déterminer le point A de (Γ) où la tangente est de coefficient directeur -1. Déterminer une équation cartésienne de cette tangente et la tracer sur la courbe.
3. Donner l'équation de la tangente au point M de paramètre t. On note T_t cette tangente.
4. Montrer que l'intersection de T_t et de l'axe des abscisses est toujours un point.
5. On note N le point d'intersection de T_t et (Ox). Calculer la distance MN.

Paramétrage

Exercice 9
1. Paramétrer l'ensemble d'équation $x^3 + y^3 = 3xy$ en posant $t = \frac{y}{x}$.
2. Interpréter géométriquement le paramètre t puis le point $M(t)$.
3. Tracer

Exercice 10
Paramétrer et tracer la courbe d'équation $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.