

Devoir maison n°3

A rendre le 10/10/2023

Exercice 1

Dans cet exercice on souhaite étudier la courbe Γ paramétrée par

$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos(t) \\ y(t) = \sin(t) \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

1. Montrer que l'on peut étudier Γ sur $[0, \frac{\pi}{2}]$ en précisant les deux symétries qu'il faudra effectuer pour obtenir le support complet.
2. Étudier les variations de x et y .
3. Montrer que tous les points de *Gamma* sont réguliers et préciser les tangentes aux points de paramètres 0 et $\frac{\pi}{2}$.
4. Tracer.
5. Donner un vecteur directeur ainsi qu'une équation de la tangente à Γ au point de paramètre π (cette tangente sera notée T). Trouver ensuite toutes les valeurs de $t_1 \in [-\pi, \pi]$ telles que la tangente T_1 au point de paramètre t_1 soit perpendiculaire à T .
Tracer les tangentes en jeu ainsi que leurs points d'intersection.
6. (★) Soit $t_0 \in [-\pi, \pi]$ et T_0 la tangente à *Gamma* au point de paramètre t_0 . Montrer qu'il existe exactement 2 valeurs de t_1 dans $[-\pi, \pi]$ telles que T_1 (la tangente au point de paramètre t_1) soit perpendiculaire à T_0 .
7. Préciser un lien géométrique entre les deux tangentes obtenues et tracer un exemple.
8. (★★) Montrer que le point d'intersection entre T_0 et T_1 est sur un cercle à préciser.

Indications

1. Ne pas oublier la périodicité.
- 2.
- 3.
4. Bien placer les tangentes étudiées ainsi que leurs symétriques.
5. Justifier votre réponse (qui peut est devinée par le schéma).
6. J'ai introduit un déphasage.
7. Une certaine symétrie.
8. Aucune idée, mais le résultat est vrai.