

## Table des matières

<b>I Rappels de 1ère année</b>	<b>1</b>
I.1 Les théorèmes . . . . .	1
I.2 Exemples . . . . .	1
<b>II Ordre 2, coefficients non constants</b>	<b>1</b>
II.1 La théorie . . . . .	1
II.2 Exemples de résolution . . . . .	1

## I Rappels de 1ère année

### I.1 Les théorèmes

### I.2 Exemples

## II Ordre 2, coefficients non constants

### II.1 La théorie

#### Théorème 1 (Cauchy-Lipschitz)

Soient  $a, b, c \in \mathcal{C}(I, \mathbb{K})$ . Soient également  $t_0 \in I$ ,  $v_0, v'_0 \in \mathbb{K}$ . Le problème de Cauchy

$$\begin{cases} y'' + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = c(t) \\ y(t_0) = v_0 \\ y'(t_0) = v'_0 \end{cases}$$

possède une unique solution  $\mathcal{C}^2$  définie sur  $I$ .

#### Théorème 2

Soient  $a, b, c \in \mathcal{C}(I, \mathbb{K})$ . L'ensemble des solutions sur  $I$  de l'équation  $y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = c(t)$  est un espace affine de dimension 2. Sa direction est l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée.

Plus précisément, les solutions de l'équation homogène  $(E_H)$   $y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = 0$  sont de la forme  $t \mapsto \lambda y_1(t) + \mu y_2(t)$  (pour  $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$  quelconques) où  $y_1, y_2$  sont solutions de  $(E_H)$  et **non proportionnelles**. Toute solution de (E) est de la forme  $y_p + y_H$  où  $y_p$  est une solution particulière de (E) et  $y_H$  une solution quelconque de  $(E_H)$ .

#### Proposition 1 (Principe de superposition)

Il reste bien évidemment valable, même quand les coefficients ne sont pas constants.

### II.2 Exemples de résolution

#### Proposition 2 (Trouver une deuxième solution)

On considère l'équation différentielle  $y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = 0$  sur l'intervalle  $I$ .

Si on connaît une solution  $y_0$  de (E) **qui ne s'annule pas** sur  $I$ , alors on fait un changement de fonction inconnue,  $\lambda = \frac{y}{y_0}$  ie on cherche une autre solution  $y$  sous la forme  $y = \lambda y_0$  où  $\lambda \in \mathcal{C}^2(I, \mathbb{K})$  est notre inconnue.

En remplaçant dans l'équation, le terme en  $\lambda$  disparaît toujours.