

Réduction

- Valeur propre et vecteur propre d'un endomorphisme. Espaces propres.
- Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres deux à deux distinctes est libre. Une somme d'espaces propres est directe.
- Eléments propres des matrices. Polynôme caractéristique.
- Retrouver la trace et le déterminant comme coefficients du polynôme caractéristique.
- La dimension d'un espace propre est au maximum la multiplicité en tant que racine de χ .
- CNS de diagonalisabilité : χ est scindé sur \mathbb{K} et la dimension de chaque espace propre est égale à la multiplicité de la racine de χ correspondante.
- Condition suffisante : χ est scindé à racines simples.
- Equation caractéristique des suite récurrentes linéaires (à tout ordre). Expression quand les racines sont simples.
- Trigonalisation : Toute matrice est semblable (dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ s'il le faut) à une matrice triangulaire dont les coefficients diagonaux sont les racines de χ avec multiplicité. En pratique, il faut une indication pour trigonaliser.
- Trace et déterminant en fonction des valeurs propres. Trouver la dernière valeur propre grâce à la trace.

Courbes paramétrées

- Analyser les symétries d'une courbe en réduisant son domaine d'étude.
- Trouver un vecteur directeur de la tangente en un point régulier.
- Points singuliers
- Branches infinies.

Questions de cours

1. Expression du polynôme caractéristique d'une matrice carrée de taille 2 : $\chi_A(x) = x^2 - \text{tr}(A)x + \det(A)$. Appliquer à un exemple et étudier la diagonalisabilité.
2. Pour une droite du plan donnée par un des moyens suivants (au choix du colleur), donner toutes les autres descriptions : point + vecteur directeur, point + vecteur normal, deux points non confondus, équations cartésienne,
$$\forall t \in \mathbb{R} \begin{cases} x(t) = \dots \\ y(t) = \dots \end{cases} .$$
3. Etude locale d'une courbe : connaître la définition des entiers p et q qui donnent l'allure au point $M(t_0)$, illustrer chacun des cas, donner un vecteur directeur de la tangente.