

**Intégrale sur un intervalle quelconque**

- Intégrabilité sur un intervalle. Elle prouve la convergence.
- Intégration par parties, changement de variables.

**Géométrie du plan et de l'espace : révisions**

- Produit scalaire et déterminant dans  $\mathbb{R}^2$  et  $\mathbb{R}^3$ . Produit vectoriel dans  $\mathbb{R}^3$ .
- Droites du plan et de l'espace, plan dans l'espace : différentes représentations, passer de l'une à l'autre.
- Cercles dans le plan : équation, intersections.
- Matrices de rotation dans le plan ou dans l'espace (connaître la forme).

**Espaces euclidiens**

- Définition d'un produit scalaire, exemple dans  $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$ ,  $\mathbb{R}[X]$ ,  $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ ,  $\mathbb{R}^n$ .
- Norme et distance associées à un produit scalaire.
- Inégalités de Cauchy-Schwarz et triangulaire.
- Familles orthogonales et orthonormales, liberté de telles familles. Théorème de Pythagore.
- Orthonormalisation de Gram-Schmidt.

**Questions de cours**

1. Pour  $\beta \in \mathbb{R}$ ,  $\Gamma(\beta) = \int_0^{+\infty} t^{\beta-1} e^{-t} dt$  converge ssi  $\beta > 0$ .
2. Montrer que pour  $\beta > 0$ ,  $\Gamma(\beta + 1) = \beta\Gamma(\beta)$ .
3.  $\varphi : (f, g) \mapsto \int_a^b f(t)g(t)dt$  est un produit scalaire sur  $E = \mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$ .