Compléments sur les espaces vectoriels

— Espaces en somme directe, caractérisation par l'unicité de la décomposition de 0 en somme, théorème de la base adaptée.

— Rappels sur les applications linéaires : méthodes de preuve (définition, application canoniquement associée à une matrice, par opération).

— Noyau et image, lien avec la bijectivité.

— Applications linéaires en dimension finie : théorème du rang, caractérisation de la bijectivité.

— Espace stable par une application : définition, conséquence sur la forme d'une matrice dans une bonne base.

— Projecteurs et symétries

Intégration sur un intervalle quelconque

— Rappels sur le théorème fondamental du calcul différentiel : expression intégrale d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle.

— Définition de l'intégrale sur $[a, b[$ ou sur $]a, b]$ d'une fonction continue. Extension à $]a, b[$.

— Intégrales de référence : $\displaystyle\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$

Révisions

— Donner une condition suffisante pour que la série à terme positif $\sum u_n$ converge.

— Donner une condition suffisante pour que la série à terme positif $\sum u_n$ diverge.

— Citer le théorème de d'Alembert sur les séries numériques.

Questions de cours

1. Pour $f \in \mathcal{L}(E)$, montrer que $\ker(f) \subset \ker(f^2)$.
2. Pour $f \in \mathcal{L}(E)$, montrer que $\mathrm{Im}(f^2) \subset \mathrm{Im}(f)$.
3. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $\alpha < 1$.