Compléments sur les espaces vectoriels

— Espace stable par une application : définition, conséquence sur la forme d'une matrice dans une bonne base.

— Projecteurs et symétries

Intégration sur un intervalle quelconque

— Rappels sur le théorème fondamental du calcul différentiel : expression intégrale d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle.

— Définition de l'intégrale sur $[a, b[$ ou sur $]a, b]$ d'une fonction continue. Extension à $]a, b[$.

— Intégrales de référence : $\displaystyle\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$.

— Théorème de comparaison des fonctions positives : $\leqslant, O_a, o_a, \underset{a}{\sim}$ et conséquences.

— Application à la preuve de divergence.

— Fonctions intégrables sur un intervalle I : définition, l'intégrabilité implique la convergence de l'intégrale.

— Changement de variable dans une intégrale impropre (ils conservent la nature, mais doivent être bijectif)

— Intégration par parties.

Révisions

— Donner la forme d'un matrice réduite d'un projecteur

— Donner la forme d'un matrice réduite d'une symétrie

— Citer, avec le domaine de validité, deux développements en séries usuels.

Questions de cours

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$ converge si et seulement si $\alpha < 1$.
2. Montrer que $\displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}e^{-t}\mathrm{d}t$ converge ssi $\alpha > 0$
3. En notant $\Gamma(\alpha)$ l'intégrale précédente, montrer que $\Gamma(\alpha+1) = \alpha\Gamma(\alpha)$.