Intégration sur un intervalle quelconque

- Rappels sur le théorème fondamental du calcul différentiel : expression intégrale d'une primitive d'une fonction continue sur un intervalle.
- Définition de l'intégrale sur $[a, b[$ ou sur $]a, b]$ d'une fonction continue. Extension à $]a, b[$.
- Intégrales de référence : $\displaystyle\int_0^1 \ln(t)\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\alpha t}\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$, $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha}\mathrm{d}t$.
- Théorème de comparaison des fonctions positives : $\leqslant, O_a, o_a, \underset{a}{\sim}$ et conséquences.
- Application à la preuve de divergence.
- Fonctions intégrables sur un intervalle I : définition, l'intégrabilité implique la convergence de l'intégrale.
- Changement de variable dans une intégrale impropre (ils conservent la nature, mais doivent être bijectif)
- Intégration par parties.

Courbes paramétrées

- Brève introduction aux fonctions à valeurs vectorielles : on traite la continuité, la dérivabilité et la dérivation coordonnées par coordonnées.
- Courbe paramétrée du plan : support, points réguliers, réduction du domaine d'étude.
- Tangente à une courbe en un point régulier.

Révisions

- Donner la forme d'une matrice réduite d'un projecteur
- Donner la forme d'une matrice réduite d'une symétrie
- Citer, avec le domaine de validité, deux développements en séries usuels.

Questions de cours

1. Montrer que $\displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}e^{-t}\mathrm{d}t$ converge ssi $\alpha > 0$
2. En notant $\Gamma(\alpha)$ l'intégrale précédente, montrer que $\Gamma(\alpha+1) = \alpha\Gamma(\alpha)$.
3. Pour la courbe $f : \left\{\begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R}^2 \\ t & \mapsto & \begin{pmatrix}\cos(t)\\ \sin(t)\end{pmatrix}\end{array}\right.$ et $t_0 \in \mathbb{R}$, donner un point et un vecteur directeur de la tangente en t_0 puis donner une équation de cette tangente.