Intégrales à paramètre

- Forme des intégrales considérées, ne pas confondre avec l'application du théorème fondamental du calcul différentiel.
- Continuité en dérivabilité des intégrales à paramètre. La domination locale peut être utilisée, mais seulement en précisant l'intervalle.

Espaces préhilbertiens et euclidiens

- Produit scalaire dans un espace vectoriel : définition. Exemples dans $\mathbb{R}^n, \mathcal{M}_n(\mathbb{R}), \mathcal{C}([a, b, \mathbb{R}]), \mathbb{R}[X]$.
- Norme. Lien avec le produit scalaire : $\|u + v\|^2$ et identité de polarisation. Inégalité de Cauchy-Schwartz et triangulaire.
- Orthogonalité : liberté d'une famille orthogonale de vecteurs non nuls. Théorème de Pythagore.
- Bases orthonormées : calcul des coordonnées par produit scalaire. Procédé de Gram-Schmidt.

Révisions

- Donner les solutions de l'équation différentielle $y'(x) + a(x)y(x) = 0$ où a est continue sur l'intervalle I.
- Donner, avec son domaine de validité, le développement en série entière d'une fonction usuelle (puissance, inverse, ln, exp, trigonométrique circulaire ou hyperbolique).
- Donner un vecteur normal d'un plan de $\mathbb{R}^3$ ou d'une droite de $\mathbb{R}^2$ en fonction d'une équation (donner la forme d'une telle équation, puis un vecteur qui s'en déduit).

Questions de cours

1. Citer le théorème de dérivabilité des intégrales à paramètre.
2. Montrer que $\varphi : (X, Y) \mapsto {}^tXY$ est un produit scalaire sur $\mathbb{R}^n$ considéré comme espace des colonnes de taille n.
3. Déterminer une base puis un base orthonormale d'un plan de $\mathbb{R}^3$ (donné par une équation) en utilisant le procédé de Gram-Schimdt.