

Déterminant

Exercice 1

Quel est l'aire maximale d'un triangle inscrit dans un cercle de rayon 1 ?

Exercice 2

1. Soient \vec{u}, \vec{v} deux vecteurs et $\lambda \in \mathbb{R}$. Montrer que $\det(\vec{u} + \lambda\vec{v}, \vec{v}) = \det(\vec{u}, \vec{v})$.
2. Montrer que $\det(A) = \det({}^tA)$ pour toute matrice $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

Lieu géométrique

Exercice 3

Pour tout $a \in \mathbb{R}$, on définit la droite \mathcal{D}_a par une équation cartésienne $\mathcal{D}_a : (1 - a^2)x + 2ay + (a^2 - 2a - 3) = 0$.

1. Trouver l'ensemble des points par lesquels passe au moins une droite \mathcal{D}_a .
2. Déterminer les points par lesquels passent deux droite perpendiculaires de la famille.

Exercice 4

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2}{2}$. Soit $a \neq 0$.

1. Donner l'équation de la droite T_a tangente en a à la courbe représentative de f .
2. Montrer qu'il existe une unique tangente T_b en b qui soit perpendiculaire à T_a .
3. Calculer le point d'intersection M_a de ces tangentes.
4. Quel est le lieu géométriques des points M_a quand a parcourt \mathbb{R}^* .

Points et droites remarquables

Exercice 5

Soient A, B deux points de coordonnées respectives $A : \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, B : \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$.

1. Trouver l'ensemble des points M à égale distance de A et B . Interprétation géométrique ?
2. Même question avec les points A et $C : \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$.
3. Trouver tous les points à égale distance de A, B, C . Interprétation en terme de triangle.
4. Calculer les coordonnées de l'orthocentre de ABC . (Rappel : il s'agit de l'intersection des hauteurs...)
5. Donner les coordonnées de l'isobarycentre (ou centre de gravité) G du triangle ABC .

Exercice 6

Soient $\mathcal{D}_1 : 2x - y + 3 = 0$ et $\mathcal{D}_2 : x + 2y - 5 = 0$

1. Calculer la distance d'un point $A : \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$ à \mathcal{D}_1 .
2. Même question avec \mathcal{D}_2 .
3. Quel est l'ensemble des points à égale distance de ces deux droites ?