

# Devoir maison n°1

A rendre le 14/09

## Exercice 1

Les questions de cet exercice sont indépendantes.

1. Dans cette première question, on s'intéresse à la fonction  $\arctan$ 
  - (a) Donner un développement limité de  $\arctan$  à l'ordre 4 en 0.
  - (b) Montrer que  $\forall x \in ]0, +\infty[ \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$ .
  - (c) Trouver les réels  $a, b, c$  tels que  $\arctan x = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^3} + o_{+\infty}\left(\frac{1}{x^3}\right)$
2. Soient  $a, b \in ]0, +\infty[$  des réels strictement positifs.
  - (a) Donner le domaine de définition de  $f : x \mapsto \frac{1}{x^a(\ln(x))^b}$ .
  - (b) Trouver toutes les valeurs de  $\alpha \in \mathbb{R}$  telles que  $f(x) = o_{+\infty}\left(\frac{1}{x^\alpha}\right)$ .
  - (c) Donner un équivalent de  $f(x)$  en 1.

**Indications**

1. (a) A refaire sans le cours de préférence.  
(b) On pourra étudier une fonction pour montrer qu'elle est constante.  
(c) Il y a un lien avec les questions précédentes.
2. (a) Attention au fait que  $b$  est un réel quelconque et pas un entier.  
(b) Revenir à la définition de  $o_{+\infty}$   
(c) On peut poser  $x = 1 + u$  ou encore  $u = \dots$