**Exercice 1**
*On considère une fonction $f$ définie sur $E$ où $E$ est un sous ensemble de $\mathbb{R}$ et à valeurs réelles.*
*Donner les formules quantifiées correspondant à chacune des propositions :*

1. *La fonction $f$ est constante.*
2. *La fonction $f$ est la fonction nulle.*
3. *La fonction $f$ s'annule*

**Exercice 2**
*Calculer les contraires des propositions précédentes.*

**Exercice 3**
*On pose $f = 1 + \cos$.*

1. *Calculer l'ensemble des antécédents de chacun des nombres : $0, 1, \pi$.*
2. *Calculer $\mathrm{Im}(f)$.*

**Exercice 4**
*Calculer les domaines de définitions des fonctions suivantes :*

1. $f_1 : x \mapsto x\ln(x)$
2. $f_2 : x \mapsto \frac{1}{\ln(x)}$
3. $f_3 : x \mapsto \frac{1}{1+\cos^2 x}$
4. $f_4 : x \mapsto \frac{x^2+x+1}{x^2+x-2}$

**Exercice 5**

1. *Démontrer le théorème de dérivation d'un quotient.*
2. *Dériver les fonctions de l'exercice précédent, après avoir démontré leur dérivabilité sur un domaine à préciser.*

**Exercice 6 (Entraînement au calcul)**
*Dériver les fonctions :*

1. $x \mapsto \cos(\sin(\cos(x)))$
2. $x \mapsto \ln^2(\cos(x))$
3. $x \mapsto \frac{e^{\sin(x)}}{x\ln(x)}$
4. $x \mapsto \sqrt{x + \ln(x)}$

**Exercice 7**
*Etudier la fonction $x \mapsto \frac{x}{\ln(x)}$. On attend l'allure de la courbe représentative ainsi que $\mathrm{Im}(f)$.*

**Exercice 8**
*Etudier la fonction $f : x \mapsto \sqrt{x^2 - 1}$. Penser à la parité...*

**Exercice 9**
*Démontrer les inégalités suivantes, puis donner une interprétation graphique.*

1. $\forall x \geqslant 0 \ \sin(x) \leqslant x$.
2. $\forall x \in \mathbb{R}\ e^x \geqslant x + 1$
3. $\forall x > 0 \ln(x) \leqslant x - 1$

**Exercice 10**
*Donner le domaine de dérivabilité ainsi que la dérivée de :*

1. $f_1 : x \mapsto \sqrt{x^2 - 3x + 1}$
2. $f_2 : x \mapsto \ln(\frac{1}{\operatorname{ch} x})$
3. $f_3 : x \mapsto \exp(\sin(x))$
4. $f_4 : x \mapsto x\ln(x^2 + 1)$
5. $f_5 : x \mapsto \operatorname{sh}^3(\frac{1}{x})$.
6. $f_6 : x \mapsto \frac{\operatorname{ch}(x)}{\cos(\sin x)}$

**Exercice 11**
*Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $x$ réel.*

1. $2\ln x + \ln(2x - 1) = \ln(2x + 8) + 2\ln(x - 1)$.
2. $\ln(x^2 - 1) + \ln 4 = \ln(4x - 1)$.
3. $5\operatorname{ch} x - 3\operatorname{sh} x = 4$
4. $\operatorname{sh}(x) = y$ *pour un $y \in \mathbb{R}$ fixé.*

**Exercice 12**
*On définit la fonction $f$ par $f : x \mapsto \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$.*

1. *Donner le domaine de définition de $f$, ainsi que son domaine de dérivabilité.*
2. *Etudier l'éventuelle parité de $f$.*
3. *Donner un tableau de variations complet, faisant apparaître les limites aux bornes.*
4. *Donner l'équation de la tangente à la courbe de $f$ en 0.*
5. *Tracer l'allure de cette courbe.*

**Exercice 13**
*Donner l'ensemble de définition, de dérivabilité puis calculer la dérivée de $f : x \mapsto \tan(\sqrt{x})$.*

**Exercice 14**
1. *Montrer qu'il existe un unique $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}[$ tel que $\tan \alpha = 2$.*
2. *Résoudre sur $[0, \frac{\pi}{2}[$, $\sin(x) \leqslant 2\cos(x)$.*
3. *Redonner les 2 formes de la dérivée de $\tan$ puis calculer $\cos(\alpha)$ et $\sin(\alpha)$.*