

Matrices

- Révisions sur le produit matriciel, les matrices inversibles.
- Manipulation formelle des matrices, expressions polynomiales (la notion de polynôme de matrice n'est pas au programme). Binôme de Newton et factorisation de $A^n - B^n$.
- Matrices semblables : définition.
- Trace d'une matrice, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$. Deux matrices semblables ont la même trace.
- Trace d'un endomorphisme.
- Déterminant d'une matrice. Propriétés calculatoires : linéarité par rapport à chaque colonne, antisymétrie, opérations élémentaires, transposée.
- Déterminants triangulaires.
- Développement par rapport à une ligne ou une colonne.

Révisions

- A partir des coordonnées d'un point et d'un vecteur directeur, donner une équation de la droite ainsi définie.
- Pour $z \neq 1$, valeur de $\sum_{k=0}^n z^k$.
- Valeurs de $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$ et $\sum_{n=0}^{+\infty} x^n$ en précisant pour quelles valeurs de x ces formules sont valables.

Questions de cours

1. Montrer que $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$ pour deux matrices carrées A, B .
2. Montrer que deux matrices semblables ont la même trace, en déduire la définition de la trace d'un endomorphisme.

3. Calcul du déterminant carré de taille $n \geq 1$:

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}$$