

Vérification des méthodes

Exercice 1

Donner le domaine d'étude ainsi que les symétries à effectuer pour étudier :

1. $t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(3t) \\ \sin(2t) \end{pmatrix}$
2. $t \mapsto \begin{pmatrix} \tan t \\ \cos t \end{pmatrix}$
3. $t \mapsto \begin{pmatrix} t^2 + t^4 \\ t + \frac{1}{t} \end{pmatrix}$
4. $t \mapsto \begin{pmatrix} \cos(t) + \sin(t) \\ \cos(t) - \sin(t) \end{pmatrix}$

Exercice 2

Donner une équation de la tangente au point de paramètre t_0 pour des valeurs de t_0 à préciser :

1. $t \mapsto \begin{pmatrix} t \\ e^{-t^2} \end{pmatrix}$
2. $t \mapsto \begin{pmatrix} t + \frac{1}{t} \\ t \ln(t) - t \end{pmatrix}$

Exercice 3

Etudier les points d'inflexions et les éventuelles branches infinies de $f : t \mapsto \begin{pmatrix} e^t \\ t^2 \end{pmatrix}$.

Etude de courbes

Exercice 4

Étudier et tracer la courbe paramétrée par $\begin{cases} x = \text{ch}(t) \\ y = \text{sh}(t) \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

Exercice 5

Etudier et tracer la courbe paramétrée par $f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2 \\ t \mapsto \begin{pmatrix} \frac{t^3}{1+t^2} \\ \frac{t}{1+t^4} \end{pmatrix} \end{cases}$

Exercice 6

Etudier et tracer la courbe $\begin{cases} x(t) = t - \sin(t) \\ y(t) = 1 - \cos(t) \end{cases}$. Pour réduire l'intervalle, on observera que $M(t + 2\pi)$ est l'image de $M(t)$ par une certaine translation à préciser.

Exercice 7

Etudier et tracer la courbe $t \mapsto \begin{pmatrix} 2 \cos(t) - \cos(2t) \\ 2 \sin(t) - \sin(2t) \end{pmatrix}$.

Exercice 8

On pose $\text{th} = \frac{\text{sh}}{\text{ch}}$. Cette fonction est de classe \mathcal{C}^∞ sur \mathbb{R} .

On considère la courbe (Γ) définie par $\begin{cases} x : t \mapsto t - \text{th } t \\ y : t \mapsto \frac{1}{\text{ch } t} \end{cases}$

1. Etudier (Γ)
2. (Révisions de sup)
 - (a) Calculer $\text{ch } t_0$ et $\text{th } t_0$ pour t_0 tel que $\text{sh } t_0 = 1$. Calculer ensuite t_0 sous la forme d'un logarithme.
 - (b) Déterminer le point A de (Γ) où la tangente est de coefficient directeur -1. Déterminer une équation cartésienne de cette tangente et la tracer sur la courbe.
3. Donner l'équation de la tangente au point M de paramètre t . On note T_t cette tangente.
4. Montrer que l'intersection de T_t et de l'axe des abscisses est toujours un point.
5. On note N le point d'intersection de T_t et (Ox) . Calculer la distance MN .

Paramétrage

Exercice 9

Paramétrer et tracer la courbe d'équation $C : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Il s'agit d'écrire $M \in C \iff \exists t \ x = x(t)$ et $y = y(t)$.

Exercice 10

1. Paramétrer l'ensemble d'équation $x^3 + y^3 = 3xy$ en posant $t = \frac{y}{x}$.
2. Interpréter géométriquement le paramètre t puis le point $M(t)$.
3. Tracer