

### Série entière

- Définition, exemples fondamentaux : série géométrique et exponentielle.
- Rayon de convergence : lemme d'Abel et définition du rayon de convergence. Lien avec la convergence ou la divergence d'une série entière.
- Application de la règle de d'Alembert sur les séries numériques pour le calcul du rayon de convergence (par double inégalité dans le cas où  $R \in ]0, +\infty[$ ).
- Séries d'une variable réelle : intégration et dérivation terme à terme sur  $] - R, R[$ .
- Développement en série : définition, développements usuels

### Compléments sur les espaces vectoriels

- Espaces de dimension finie : dimension des sous-espaces, intersection et somme de sous-espaces.
- Espaces supplémentaires, formule de Grassman.

### Révisions

- Définition de :  $F$  et  $G$  sont supplémentaires dans  $E$ .
- Donner 2 caractérisations de  $F \oplus G = E$  lorsque  $E$  est de dimension finie.
- Séries de Riemann.

### Questions de cours

1. Pour une série entière  $\sum a_n z^n$  de rayon de convergence  $R > 0$  et pour  $z \in \mathbb{C}$ , montrer : si  $|z| < R$  alors  $\sum a_n z^n$  converge ; si  $|z| > R$  alors  $\sum a_n z^n$  diverge grossièrement.
2. Calcul de  $\sum_{n=0}^{+\infty} n x^n$  en précisant pour quelles valeurs de  $x$  le calcul est valable.
3. Dans  $E = \mathbb{R}^3$ , on considère un plan  $P$  et une droite  $D$ . Montrer que  $P \oplus D = \mathbb{R}^3$  ssi  $D \not\subset P$ .