Série entière

- Définition, exemples fondamentaux : série géométrique et exponentielle.
- Rayon de convergence : lemme d'Abel et définition du rayon de convergence. Lien avec la convergence ou la divergence d'une série entière.
- Application de la règle de d'Alembert sur les séries numériques pour le calcul du rayon de convergence (par double inégalité dans le cas où $R \in]0, +\infty[$).
- Séries d'une variable réelle : intégration et dérivation terme à terme sur $]-R, R[$.
- Développement en série : définition, développements usuels.

Compléments sur les espaces vectoriels

- Espaces de dimension finie : dimension des sous-espaces, intersection et somme de sous-espaces.
- Espaces supplémentaires, formule de Grassman.
- Somme directe d'espaces vectoriel : définition (unicité de la décomposition en somme), caractérisation par l'unicité de l'écriture de 0, théorème de la base adaptée.
- Applications linéaires : noyau, image, théorème du rang. Isomorphismes en dimension finie ou non.

Révisions

- Séries de Riemann.
- Prouver rapidement qu'un ensemble est un sous-espace sur un exemple.
- Prouver rapidement qu'une application est linéaire sur un exemple.

Questions de cours

1. Calcul de $\sum_{n=0}^{+\infty} nx^n$ en précisant pour quelles valeurs de x le calcul est valable.
2. Dans $E = \mathbb{R}^3$, on considère un plan P et une droite D. Montrer que $P \oplus D = \mathbb{R}^3$ ssi $D \not\subset P$.
3. Pour $f \in \mathcal{L}(E, F)$ une application linéaire et H un sous-espace vectoriel de F, $f^{-1}(H)$ est un sous-espace de E.