Compléments sur les espaces vectoriels

- Espaces de dimension finie : dimension des sous-espaces, intersection et somme de sous-espaces.
- Espaces supplémentaires, formule de Grassman.
- Somme directe d'espaces vectoriel : définition (unicité de la décomposition en somme), caractérisation par l'unicité de l'écriture de 0, théorème de la base adaptée.
- Applications linéaires : noyau, image, théorème du rang. Isomorphismes en dimension finie ou non.
- Espaces stables par un application linéaire : endomorphisme induit et effet sur les matrices.
- Projecteur et symétrie : définition. Caractérisation par $p \circ p = p$ et $s \circ s = Id_E$.

Révisions

- Prouver rapidement qu'un ensemble est un sous-espace sur un exemple.
- Prouver rapidement qu'une application est linéaire sur un exemple.
- Étude locale d'une courbe paramétrée : définition de p et q.

Questions de cours

1. Pour $f \in \mathcal{L}(E, F)$ une application linéaire et H un sous-espace vectoriel de F, $f^{-1}(H)$ (l'image réciproque de H par f) est un sous-espace de E.
2. Donner la matrice réduit d'un projecteur en précisant bien la base utilisée, puis en déduire que trace et rang sont égaux.
3. Si $f \in \mathcal{L}(E)$ vérifie $f^2 = f$ alors $\ker(f) \oplus \ker(Id - f) = E$.