Intégration sur un intervalle quelconque

- Définition de l'intégrale d'une fonction continue sur $[a, b[$, $]a, b]$ ou $]a, b[$.
- Convergence par prolongement par continuité.
- Intégrales de référence : $e^{-\alpha t}$, intégrales de Riemann.
- Révisions sur l'intégration par parties, les changements de variables. Changement de variable dans une intégrale impropre.
- Fonctions intégrables.
- Théorème de convergence apr comparaison pour les fonctions positives ou pour montrer l'intégrabilité : $\leqslant, o_a, \underset{a}{\sim}, O_a$.

Théorème spectral

- Produit scalaire canonique et norme dans $\mathbb{R}^n$.
- Familles orthogonales, orthonormales, calculs dans une base orthonormée.
- Espaces orthogonaux, supplémentaire orthogonal d'un sev. Exemple de projection orthogonale.
- Matrices orthogonales : caractérisation sur la famille des colonnes. Calcul de l'inverse.

Révisions

- Citer 3 propriétés calculatoires du déterminant.
- Donner une CNS de diagonalisabilité pour un endomorphisme f en dimension finie.
- Donner un DSE usuel, avec domaine de validité.

Questions de cours

1. Montrer que $\displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}e^{-t}\mathrm{d}t$ converge ssi $\alpha > 0$.
2. En notant $\Gamma(\alpha)$ l'intégrale précédente, montrer que $\Gamma(\alpha+1) = \alpha\Gamma(\alpha)$
3. Soit $\mathcal{B} = (e_1, \ldots, e_n)$ une base orthonormée de $\mathbb{R}^n$ et $u, v \in \mathbb{R}^n$. En notant $x_1, \ldots, x_n$ les coordonnées de u et $y_1, \ldots y_n$ les coordonnées de v dans $\mathcal{B}$ on a $x_i = \langle u, e_i\rangle$ et $\langle u, v\rangle = \sum\limits_{k=1}^{n} x_i y_i$.