Théorème spectral

- Produit scalaire canonique et norme dans $\mathbb{R}^n$.
- Familles orthogonales, orthonormales, calculs dans une base orthonormée.
- Espaces orthogonaux, supplémentaire orthogonal d'un sev. Exemple de projection orthogonale.
- Matrices orthogonales : caractérisation sur la famille des colonnes. Calcul de l'inverse.
- Matrices symétriques réelles : les espaces propres sont orthogonaux, théorème spectral.
- Réduction d'équation de coniques.

Équations différentielles

- Révision de 1ère année : équation d'ordre 1, d'ordre 2 à coefficients constants.

Révisions

- Donner une paramétrisation du cercle de centre O et de rayon 1
- Rappeler la convergence/divergence des intégrales de Riemann.
- Citer le théorème de comparaison des séries à termes positifs (4 résultats).

Questions de cours

1. Soit $\mathcal{B} = (e_1, \dots, e_n)$ une base orthonormée de $\mathbb{R}^n$ et $u, v \in \mathbb{R}^n$. En notant $x_1, \dots, x_n$ les coordonnées de u et $y_1, \dots y_n$ les coordonnées de v dans $\mathcal{B}$ on a $x_i = \langle u, e_i \rangle$ et $\langle u, v \rangle = \sum\limits_{k=1}^{n} x_i y_i$.
2. Pour $A \in S_n(\mathbb{R})$, montrer que $\forall X, Y \in \mathbb{R}^n$ $\langle AX, Y \rangle = \langle X, AY \rangle$ et montrer que deux espaces propres associés à des valeurs propres réelles distinctes sont orthogonaux.
3. Au choix du colleur : une équation différentielle linéaire d'ordre 1 avec méthode de variation de la constante ou une équation d'ordre 2 avec second membre de la forme $\gamma e^{\delta t}$ où γ, δ sont des constantes.