

Devoir maison n°17

Entraînement/révisions

Exercice 1

On se place dans \mathbb{R}^3 et on note $\mathcal{B}_c = (e_1, e_2, e_3)$ la base canonique.

1. Donner la matrice dans \mathcal{B}_c de la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ et d'axe dirigé et orienté par e_1 .
2. Donner la matrice dans $\mathcal{B}' = (e_3, e_1, e_2)$ de la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ et d'axe dirigé et orienté par e_3 , puis sa matrice dans \mathcal{B}_c .
3. Donner la matrice dans \mathcal{B}_c de la rotation d'angle $\frac{\pi}{2}$ et d'axe dirigé et orienté par e_2 .
4. On considère la matrice $M = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ et f l'endomorphisme canoniquement associé. montrer que f est une rotation dont on précisera un axe orienté et l'angle.
5. Que dire si on a en fait $M = \text{Mat}_{\mathcal{B}'}(f)$?

Réponses, sans justifications

1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ puis $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4. Si on oriente l'axe par $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ alors l'angle est $+\frac{\pi}{3}$.

5. Seul le calcul de l'axe change et cette fois il est dirigé par $1e_3 + 1e_1 + 1e_2$ et en fait il s'agit du même axe.