

Compléments sur les espaces vectoriels

- Somme directe d'espaces : caractérisation par l'unicité de l'écriture du vecteur nul, théorème de la base adaptée.
- Espaces stables par un endomorphisme, traduction matricielle.
- Equation d'un hyperplan dans une base. Système d'équations d'un sous-espace ; lien entre le rang du système et la dimension de l'espace.

Séries entières

- Séries géométriques et exponentielle : domaine de convergence et somme.
- Rayon de convergence d'une série. Lien avec le domaine de convergence : convergence absolue et divergence grossière.
- Calcul du rayon par opération, application de d'Alembert (y compris $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$ lorsque c'est applicable).
- Propriétés de la somme dans le cas d'une variable réelle : continuité sur le domaine de convergence (y compris aux bornes fermées), intégration et dérivation terme à terme sur l'intervalle ouvert de convergence.
- Développements usuels

Questions de cours

1. Lemme d'Abel.
2. Dans le cas où $a_n \neq 0$ pour tout n et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \ell \in]0, +\infty[$, montrer que le rayon de convergence de $\sum a_n z^n$ vaut $\frac{1}{\ell}$.
3. Établir le développement en série entière de \arctan en précisant bien le domaine de validité des calculs.