Séries entières

- Séries géométriques et exponentielle : domaine de convergence et somme.
- Rayon de convergence d'une série. Lien avec le domaine de convergence : convergence absolue et divergence grossière.
- Calcul du rayon par opération, application de d'Alembert (y compris $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$ lorsque c'est applicable).
- Propriétés de la somme dans le cas d'une variable réelle : continuité sur le domaine de convergence (y compris aux bornes fermées), intégration et dérivation terme à terme sur l'intervalle ouvert de convergence.
- Développements usuels et fonctions développables.

Réduction

- Éléments propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.
- Des espaces propres sont en somme directe. Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.
- Polynôme caractéristique d'une matrice, d'un endomorphisme : définition.

Questions de cours

1. Dans le cas où $a_n \neq 0$ pour tout n et $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} = \ell \in]0, +\infty[$, montrer que le rayon de convergence de $\sum a_n z^n$ vaut $\frac{1}{\ell}$.
2. Établir le développement en série entière de arctan en précisant bien le domaine de validité des calculs.
3. Pour $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $\lambda \in \mathbb{K}$: $\lambda \in Sp(A) \iff \chi_A(\lambda) = 0$.