

Séries entières

- Recherche de solutions DSE d'une équation différentielle.

Réduction

- Éléments propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée.
- Des espaces propres sont en somme directe. Une famille de vecteurs propres associés à des valeurs propres distinctes est libre.
- Polynôme caractéristique d'une matrice, d'un endomorphisme : définition
- Diagonalisabilité, base de vecteurs propres. Traduction sur les matrices.
- Un endomorphisme est diagonalisable ssi la somme directe de ses espaces propres est E ssi son polynôme caractéristique est scindé et chaque espace propre a pour dimension la multiplicité de la racine correspondante.
- Polynôme caractéristique scindé à racines simples.
- Applications de la réduction : calcul de puissances, suites récurrentes linéaires.

Questions de cours

1. Pour $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $\lambda \in \mathbb{K} : \lambda \in Sp(A) \iff \chi_A(\lambda) = 0$.
2. $f \in \mathcal{L}(E)$ est diagonalisable ssi il existe une base de E composée de vecteurs propres.
3. Pour une matrice $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, en notant $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ les racines dans \mathbb{C} de χ_A (non nécessairement distinctes), on a $\text{tr}(A) = \sum_{k=1}^n \lambda_k$ et $\det(A) = \prod_{k=1}^n \lambda_k$