

Devoir maison n°11

A rendre le 24/01

Exercice 1

Soient $a, b \in [0, +\infty[$. On considère les intégrales $I = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{t^a |\ln(t)|^b} dt$ et $J = \int_2^{+\infty} \frac{1}{t^a \ln(t)^b} dt$.

1. Pourquoi étudier $|\ln|$ pour l'intégrale I ? Que vaut cette valeur absolue?
2. Dans le cas $a > 1$, montrer que I diverge et que J converge.
3. Dans le cas $a < 1$, déterminer la nature de I et J .
4. Dans le cas $a = 1$, déterminer la nature de I et J suivant la valeur de β .

Indications

1. Voir la définition de x^b lorsque $b \notin \mathbb{Z}$.
2. Il s'agit dans chaque cas d'utiliser le théorème de comparaison
3. Deviner le résultat, puis même méthode.
4. Il faut traiter à part le cas $\beta = 1$ pour les calculs de primitives.