**Intégrales généralisées**

- Convergence absolue, intégrabilité.
- Comparaison des fonctions positives, application à la preuve d'intégrabilité.
- Théorème d'intégration terme à terme : si $S = \sum f_n$ est une fonction continue sur $I$, que les $f_n$ sont continues et intégrables sur $I$ et que $\sum \int_I |f_n|$ converge, alors $S$ est intégrable sur $I$ et on peut échanger les symboles $\int$ et $\sum$ pour calculer l'intégrale de $S$.

**Théorème spectral**

- Famille orthonormée dans $\mathbb{R}^n$ pour le produit scalaire canonique.
- Norme, distance entre deux vecteurs, inégalités de Caychy-Schwartz et triangulaire.
- Famille orthogonale : liberté dans le cas où aucun vecteur n'est nul. Théorème de Pythagore dans $\mathbb{R}^n$.
- Coordonnées dans une base orthonormée : se calculent par produit scalaire.
- Vecteur orthogonale à un espace. Espaces orthogonaux.
- Orthogonal d'un sous-espace $F$ : c'est le seul supplémentaire de $F$ qui lui soit orthogonal.
- Projection et symétrie orthogonales.
- Matrice orthogonale : définition, les colonnes et les lignes forment des bases orthonormées.

**Questions de cours**

1. Donner une condition sur $\beta \in \mathbb{R}$ pour que $\Gamma(\beta) = \displaystyle\int_0^{+\infty} t^{\beta-1}e^{-t}\mathrm{d}t$ converge.
2. Montrer que pour $x > 0$, $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ et retrouver les valeurs de $\Gamma(n)$ pour $n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$.
3. Donner la définition de $B = (e_1, \ldots, e_n)$ est une famille orthonormée de $\mathbb{R}^n$, montrer alors que c'est une base pui prouver que si $u \in \mathbb{R}^n$ est de coordonnées $\begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ dans $B$, alors $x_i = \langle u, e_i \rangle$.