Séries numériques

— Définition d'une série, d'une série convergente, divergente.
— Linéarité de la somme pour les séries convergentes.
— Séries de référence : géométriques, de Riemann, exponentielle.
— Comparaison de séries à termes positifs (ou négatifs) : inégalité, domination, négligeabilité, équivalent.
— Séries alternées : convergence, encadrement de la somme et majoration du reste.
— Convergence absolue : elle implique la convergence. Traduction du théorème de comparaison.
— Produit de Cauchy de deux séries absolument convergentes, application à la série exponentielle.

Trace et déterminant

— Trace d'une matrice carrée : linéarité, invariance par transposition.
— Deux matrices semblables ont la même trace. Définition de la trace d'un endomorphisme.
— Déterminant d'une matrice de taille n : définition par ses propriétés.
— Déterminant triangulaire, d'une matrice inversible ou non.
— $\det(A) = \det(A^T)$
— Calcul par opérations sur les lignes ou les colonnes.
— Développement par rapport à une ligne ou une colonne.
— Déterminant d'un produit. Deux matrices semblables ont le même déterminant.
— Déterminant d'un endomorphisme.

Révisions

— Établir une équation de droite connaissant un point et un vecteur directeur.
— Donner 3 CNS pour qu'une matrice carrée soit inversible.
— Rappeler les séries géométriques et exponentielles : somme et domaine de validité de la formule.

Questions de cours

1. Montrer que $\sum \frac{z^n}{n!}$ converge absolument pour tout z puis, si on note $f(z) = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$ alors on a $f(a)\times f(b) = f(a+b)$.
2. Montrer que deux matrices semblables ont la même trace et le même déterminant.
3. Calcul du déterminant carré de taille $n \geqslant 1$: $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}$