

Trace et déterminant

- Trace d'une matrice carrée : linéarité, invariance par transposition.
- Deux matrices semblables ont la même trace. Définition de la trace d'un endomorphisme.
- Déterminant d'une matrice de taille n : définition par ses propriétés.
- Déterminant triangulaire, d'une matrice inversible ou non.
- $\det(A) = \det(A^T)$
- Calcul par opérations sur les lignes ou les colonnes.
- Développement par rapport à une ligne ou une colonne.
- Déterminant d'un produit. Deux matrices semblables ont le même déterminant.
- Déterminant d'un endomorphisme.

Courbes paramétrées

- Courbes paramétrées du plan : définition, étude des symétries.
- Exemple de paramétrisation du cercle unité.
- Point régulier et tangente en ces points.

Révisions

- Établir une équation de droite connaissant un point et un vecteur directeur.
- Donner 3 CNS pour qu'une matrice carrée soit inversible.
- Rappeler les séries géométriques et exponentielles : somme et domaine de validité de la formule.

Questions de cours

1. Montrer que deux matrices semblables ont la même trace et le même déterminant. Bien justifier le calcul pour la trace (théorème 1).

$$2. \text{ Calcul du déterminant carré de taille } n \geq 1 : \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}$$

3. Étude et tracé de la courbe paramétrée par $t \mapsto \overrightarrow{OM}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(t) \\ \sin(2t) \end{pmatrix}$