

Séries entières

- Définition d'une série entière, du domaine de convergence
- Rayon de convergence d'une série entière : définition, lien avec le domaine de convergence (conséquence du lemme d'Abel).
- Comparaison des rayons de convergence, rayon d'une somme, d'un produit.
- $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.
- Règle de d'Alembert dans le cas où $a_n \neq 0$.
- Somme d'une série entière : continuité, intégration et dérivation terme à terme.
- Développement en série : définition, exemples usuels.

Révisions

- Définition d'un point régulier d'une courbe paramétrée
- Nature des séries de Riemann
- Somme des séries géométriques et exponentielles en rappelant le domaine de convergence.

Questions de cours

1. Pour $\alpha \in \mathbb{R}$, calculer le rayon de convergence de $\sum n^\alpha x^n$.
2. Si $a_n \neq 0$ pour tout n et $\left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} \ell \in]0, +\infty[$ alors $\sum a_n z^n$ est de rayon de convergence $\frac{1}{\ell}$.
3. Retrouver le DSE de $-\ln(1-x)$ ou de $\arctan(x)$ au choix du colleur.