Séries entières

- Définition d'une série entière, du domaine de convergence
- Rayon de convergence d'une série entière : définition, lien avec le domaine de convergence (conséquence du lemme d'Abel).
- Comparaison des rayons de convergence, rayon d'une somme, d'un produit.
- $\sum a_n z^n$ et $\sum n a_n z^n$ ont même rayon de convergence.
- Règle de d'Alembert dans le cas où $a_n \neq 0$.
- Somme d'une série entière : continuité, intégration et dérivation terme à terme.
- Développement en série : définition, exemples usuels.

Réduction

- Éléments propres d'un endomorphisme, d'une matrice.
- Polynôme caractéristique. Calcul pratique des valeurs propres et espaces propres. Dimension maximale des espaces propres.
- Diagonalisabilité, caractérisée par : l'existence d'une base composée de vecteur propres, le fait que la somme directe des espaces propres est l'espace de référence en entier, par le fait que le polynôme caractéristique est scindé et que chaque espace propre a pour dimension la multiplicité de la racine.

Révisions

- Définition d'un point régulier d'une courbe paramétrée
- Nature des séries de Riemann
- Somme des séries géométriques et exponentielles en rappelant le domaine de convergence.

Questions de cours

1. Retrouver le DSE de $-\ln(1-x)$ ou de $\arctan(x)$ au choix du colleur.
2. Pour $f \in \mathcal{L}(E)$ en dimension finie, montrer que $\lambda \in Sp(f)$ ssi λ est une racine de χ_f.
3. Montrer que $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ n'est pas diagonalisable en trouvant les valeurs propres et en calculant la dimension de chaque espace propre.