Réduction

— Éléments propres d'un endomorphisme, d'une matrice.

— Polynôme caractéristique. Calcul pratique des valeurs propres et espaces propres. Dimension maximale des espaces propres.

— Diagonalisabilité, caractérisée par : l'existence d'une base composée de vecteur propres, le fait que la somme directe des espaces propres est l'espace de référence en entier, par le fait que le polynôme caractéristique est scindé et que chaque espace propre a pour dimension la multiplicité de la racine.

— Utilisation du théorème du rang pour calculer la dimension des espaces propres.

— Applications : calcul de puissance, suite récurrentes linéaires.

— Trigonalisation : un endomorphisme est trigonalisable ssi son polynôme caractéristique est scindé. En pratique, donner une indication.

— Somme et produits des racines du polynôme caractéristique : deviner la dernière valeur propre.

Révisions

— Primitives usuelles

— Nature des séries de Riemann

— Somme des séries géométriques et exponentielles en rappelant le domaine de convergence.

Questions de cours

1. Pour $f \in \mathcal{L}(E)$ en dimension finie, montrer que $\lambda \in Sp(f)$ ssi λ est une racine de χ_f.
2. Montrer que $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ n'est pas diagonalisable en trouvant les valeurs propres et en calculant la dimension de chaque espace propre.
3. Montrer que la matrice $A \in \mathcal{M}_6(\mathbb{R})$ dont tous les coefficients sont égaux à 1 est diagonalisable sans calculer son polynôme caractéristique.