

Intégrales généralisées

- Définition d'une intégrale convergente dans les cas où l'intervalle possède une ou deux bornes ouvertes.
- Intégrales de référence : ln en 0, exponentielles en $+\infty$, Riemann.
- Changement de variable et intégration par parties : révisions et adaptation aux intégrales généralisées. Conservation de la nature par changement de variable bijectif et étude des intégrales se ramenant à Riemann par changement de variable.
- Fonctions intégrables sur un intervalle : définition, lien entre convergence et convergence absolue. Théorème de comparaison pour prouver l'intégrabilité et la convergence d'intégrale de fonctions positives.
- Théorème d'intégration terme à terme. Le démarche doit être guidée.
- Lien série-intégrale lorsque la fonction est continue, positive et décroissante.

Révisions

- Équation de droite et de plan : vecteurs normaux.
- Produit scalaire et déterminant dans le plan et dans l'espace : interprétation de la valeur nulle.
- Sous espaces supplémentaires dans $\mathbb{R}^2$ et dans $\mathbb{R}^3$.

Questions de cours

1. Prouver la nature de $\int_0^1 \frac{1}{t^\alpha} dt$ en fonction de α .
2. Donner suivant la valeur de $\beta > 0$ la nature de $\int_0^{+\infty} t^{\beta-1} e^{-t} dt$.
3. Pour $x > 0$, on pose $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$. Montrer que pour tout $x \in]0, +\infty[$ on a $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.