Théorème spectral

- Produit scalaire canonique dans $\mathbb{R}^n$: définition par une somme, par un produit matriciel. Propriétés.
- Norme euclidienne : propriétés et lien avec le produit scalaire (définition, identité de polarisation).
- Vecteurs et espaces orthogonaux. Famille orthogonale, orthonormale.
- Supplémentaire orthogonal d'un sous-espace de $\mathbb{R}^n$.
- Matrices orthogonales : définition par la transposition. Caractérisations. Écriture des formules de changement de BON.
- Matrices symétriques réelles : les espaces propres sont orthogonaux, théorème spectral.
- Orthogonalisation et orthonormalisation de Gram-Schmidt.

Fonctions de plusieurs variables

- Sous-ensembles ouverts et fermé de $\mathbb{R}^p$ (cas pratique $p = 2$). Représenter des exemples simples et dire s'ils sont ouverts/fermés/bornés en étudiant la frontière tracée.
- Fonctions continues de plusieurs variables : théorème des bornes atteintes.
- Dérivabilité partielle et classe $\mathcal{C}^1$. Calcul des dérivées partielles (y compris pour les fonctions à valeurs vectorielles), du gradient.
- Formule de dérivation pour la composition (changement de variable).

Révisions

- Interprétation géométrique de $z \mapsto e^{i\theta}z$ définie sur $\mathbb{C}$.
- Savoir donner une équation de cercle ou de sphère de centre fixé et rayon fixé.
- Paramétrisation du cercle unité.

Questions de cours

1. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$. A est symétrique ssi $\forall X, Y \in \mathbb{R}^n\ \langle AX, Y\rangle = \langle X, AY\rangle$.
2. Montrer que $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ est diagonalisable et donner une base orthonormée de vecteurs propres.
3. Citer la formule de changement de variable pour des fonctions de 2 variables, et appliquer à $g(r, \theta) = f(r\cos\theta, r\sin\theta)$ pour calculer les dérivées partielles de g.