Le minimum à savoir et savoir faire dans ce chapitre pour aborder la suite avec sérénité.

I Espaces et sous-espaces

Savoir

1. Connaître les espaces et sous-espaces de références.
2. Connaître les sous-espaces de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$.
3. Identifier une combinaison linéaire.

Savoir faire

1. Différencier les scalaires des vecteurs : on ne multiplie pas les vecteurs entre eux !
2. Savoir prouver qu'un ensemble F est un sous-espace de E. Ex : Montrer que $F = \{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^3 | \ 2x + iy - z = 0\}$ est un sous-espace de $\mathbb{C}^3$.

II Bases

Savoir

1. les définitions de libre, liée, génératrice de E, base.
2. connaître les bases canoniques de $\mathbb{K}^n, \mathbb{K}_n[X]$.
3. faire le lien entre famille liée et combinaison linéaire dans cette famille.

Savoir faire

1. prouver qu'une famille est libre. Ex $(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix})$ dans $\mathbb{R}^2$, $(X+1, X^2+1, X^2+X+1)$ dans $\mathbb{R}[X]$.
2. trouver une famille génératrice quand on connaît une équation d'un sous-espace. Ex : $F : 2x+y-z=0$ dans $\mathbb{R}^3$, $F = \{P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P(X) - XP'(X) = 0\}$ (sentraîner à prouver que c'est un ev).
3. montrer qu'un famille est une base (y compris en utilisant la dimension). Ex : $(2X+3, X-4)$ dans $\mathbb{R}_1[X]$.
4. calculer des coordonnées dans une base. Ex : coordonnées de $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ dans la base $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, coordonnées de $2X^2 - 3X + 1$ dans $(X^2+1, X^2-X, 2)$.

III Dimension

Savoir

1. définition de la dimension, lien avec les cardinaux possibles pour les familles libre et liées.
2. dimension usuelles
3. définition du rang d'une famille
4. lien entre liberté et rang.

Savoir faire

1. Utiliser un rang ou une dimension pour prouver soit le caractère libre (ou lié) soit le caractère générateur d'une famille.
   Ex : savoir donner un exemple de famille liée dans $\mathbb{R}^3$, de famille non génératrice de $\mathbb{R}_3[X]$, ...
2. utiliser la dimension pour prouver l'égalité de deux espaces (par exemple pour $E = F + G$)

IV Supplémentaires

Savoir

1. Définition de somme d'espace et de supplémentaires
2. deux caractérisations de supplémentaire (dont une seulement pour la dimension finie)
3. formule de Grassman et utilisation pour prouver le caractère supplémentaire ou non.
4. dimension d'une intersection.

Savoir faire

1. Prouver que deux espaces sont supplémentaires
2. calculer une base d'une somme de sev dont on connaît déjà des bases.

V Matrices

Savoir

1. définition de la matrice d'un vecteur (ou d'une famille) dans une base..

2. lien entre le rang d'une matrice et le rang en tant que dimension.
3. interpréter le nombre de paramètre d'un système linéaire comme dimension.
4. lien entre inversibilité et base. Réviser les CNS d'inversibilité.
5. définition de matrice de passage et formule de changement de coordonnées.

Savoir faire

1. échelonner une matrice pour calculer son rang, en utilisant les lignes (cas où les solutions du système linéaire nous intéressent) ou les colonnes (cas où on cherche le rang d'une famille de vecteur).
2. calculer la matrice d'une famille donnée dans une base donnée.
3. calculer le rang d'une famille en écrivant sa matrice dans une base (canonique ou pas).
4. Reconnaître un cas d'application de la formule de changement de coordonnées.