

Exercice 1

Etant donné 51 entiers entre 1 et 100, montrer qu'il en existe toujours 2 consécutifs.

Exercice 2

Dans un lycée de 1200 élèves, 652 pratiquent un sport, 327 jouent de la musique et 453 ne font ni l'un ni l'autre. Compter le nombre de joueurs de musique sportifs.

Exercice 3

1. Déterminer le nombre de matrices carrées de taille 4 à coefficients dans $\{0, 1\}$ telles que chaque colonne contient exactement un coefficient égal à 1.
2. Même question avec en plus la contrainte que chaque ligne contient exactement un coefficient égal à 1.

Exercice 4

Déterminer le nombre de diagonales (segment reliant deux sommets non adjacents) du polygone reliant les points d'affixes $(e^{\frac{2ik\pi}{n}})_{k \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket}$ pour $n > 2$ fixé. Pour quels n a-t-on autant de côtés que de diagonales ?

Exercice 5

A l'issue d'un concours, une école admet 160 des candidats, dont 70 garçons. Combien y a-t-il de classement des 10 premiers admis faisant figurer autant de garçons que de filles ?

Exercice 6

Combien existe-t-il d'anagrammes du mot "ABRACADABRA" ?

Exercice 7

Calculer pour E un ensemble fini de cardinal $n > 0$, $\sum_{A \in \mathcal{P}(E)} \text{Card}(A)$

Exercice 8

Soit $n, p \in \mathbb{N}$. On note $K(n, p)$ le nombre de p -uple $(k_1, \dots, k_n) \in \mathbb{N}^n$ tels que $k_1 + \dots + k_n = p$.

1. Calculer $K(2, 2)$, $K(n, 1)$, $K(n, 2)$, $K(1, p)$, $K(2, p)$.
2. Montrer que $K(n+1, p) = K(n, 0) + K(n, 1) + \dots + K(n, p)$.
3. Montrer que $K(n, p) = \binom{n+p-1}{p}$