Espaces vectoriels

— Espace vectoriels, exemples usuels.
— Sous-espaces : caractérisation, exemples usuels.
— Espace engendré, familles génératrices, familles libres.
— Bases : définition par les coordonnées, caractérisation, bases canoniques.
— Théorème de la base incomplète.
— Dimension d'un espace vectoriel, caractérisation des bases par la cardinal et la liberté ou le caractère générateur.
— Dimension des espaces de référence, dimension d'un sous espace.
— Rang d'une famille.
— Espaces supplémentaires, formule de Grassman.
— Matrice d'une famille dans une base. Lien entre les propriétés de la famille et celles de la matrice.
— Formule de changement de coordonnées.

Dénombrement

— Cardinal d'un ensemble.
— Pour une fonction entre ensemble finis, lien entre les cardinaux des ensembles et la possibilité d'être injective, surjective, bijective. Principe des tiroirs.
— Cardinal d'une union, d'un produit cartésien. Interprétation ensembliste.
— Cardinal de F^E, l'ensemble des fonctions définies sur E et à valeurs dans F.
— Cardinal de l'ensemble des bijections d'un ensemble de n éléments dans lui même.
— Parties à p éléments d'un ensemble fini, coefficients binomiaux.

Démonstrations exigibles

1. Savoir montrer qu'une famille de polynôme (dans $\mathbb{R}_2[X]$) est une base en montrant que sa matrice dans la base canonique est inversible.
2. Savoir prouver qu'un plan donné par une équation et une droite donnée par un vecteur directeur sont supplémentaires dans $\mathbb{R}^3$.
3. Dérivabilité de sin en $a \in \mathbb{R}^*$ à partir de la dérivabilité en 0.