Exercice 1
Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer les dérivées $n-$ièmes suivantes ($n > 0$) après avoir prouvé leurs existences :

1. $f : x \mapsto x^n \ln(x)$.
2. $g : x \mapsto x^2 e^{3x}$.
3. $h : x \mapsto \frac{1}{1-x^2}$.

Exercice 2
Continuité et dérivabilité de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto (x - \lfloor x \rfloor)(x - \lfloor x \rfloor - 1)$.

Exercice 3
On définit la fonction $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right[& \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{1}{\sin x} \end{array} \right.$. Montrer que cette fonction est injective et donner son image I.

Montrer qu'alors f^{-1} est dérivable sur $\mathring{I}$ et calculer sa dérivée.

Exercice 4
Majorer l'erreur commise en approximant $\sqrt{10001}$ par 100.

Exercice 5
On pose $S_n = -\ln(n) + \sum\limits_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ pour tout $n > 0$

1. *Montrer que $\forall k > 0$ $\frac{1}{k+1} \leqslant \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right) \leqslant \frac{1}{k}$ en utilisant l'IAF.*
2. *Etudier la monotonie de (S_n).*
3. *Trouver un encadrement de S_n INDEPENDANT de n. Montrer ensuite que $(S_n)_n$ converge.*

Exercice 6
Etudier la convergence de la suite $u_n = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{1}{k^2+1} - \arctan(n)$.

Que peut-on dire de la suite $S_n = \sum\limits_{k=0}^{n} \frac{1}{k^2+1}$?

Exercice 7
Etudier la classe du prolongement de $f : x \mapsto x^2 \ln(x)$ sur $[0, +\infty[$.

Exercice 8
Soit $f : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R}_+ & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \frac{e^x}{x+2} \end{array} \right.$.

1. *Montrer que $]0, 1[$ est stable par f et qu'il existe un unique point fixe de f dans cet intervalle (que l'on note α).*
2. *On défini une suite par $u_0 \in]0, 1[$ et $\forall n \in \mathbb{N}$ $u_{n+1} = f(u_n) = \frac{e^{u_n}}{2+u_n}$. Montrer que la suite $(u_n)_n$ converge et donner une borne sur sa vitesse de convergence.*