Dimensions usuelles

Soient $n, p \in \mathbb{N}$, E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie, F, G deux sous-espaces de E.

Espace	Dimension
$\mathbb{K}^n$	n
$\mathbb{K}_n[X]$	$n+1$
$\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$	np
$\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$	n^2
$S_n(\mathbb{K})$	$\frac{n(n+1)}{2}$
$A_n(\mathbb{K})$	$\frac{n(n-1)}{2}$
F	$\leqslant \dim(E)$
$F \times G$	$\dim(F) + \dim(G)$
$F \oplus G$	$\dim(F) + \dim(G)$
$F + G$	$\dim(F) + \dim(G) - \dim(F \cap G)$

$\mathbb{R}$-ev, $\mathbb{C}$-ev

Si E est un $\mathbb{C}$-ev de dimension finie, c'est un $\mathbb{R}$-ev de dimension finie et $\dim_{\mathbb{R}}(E) = 2\dim_{\mathbb{C}}(E)$

Dimension et applications linéaires

Soient E, F deux $\mathbb{K}$-ev de dimensions finies n et p respectivement.

— $n = p$ ssi il existe un isomorphisme $f : E \to F$ (ou $F \to E$, sa réciproque qui est aussi un isomorphisme).

— $\dim(\mathcal{L}(E, F)) = np$

— $\dim(\mathcal{L}(E)) = n^2$

— Soit $f \in \mathcal{L}(E, F)$. $\dim(\ker(f)) + \mathrm{rg}(f) = \dim(E)$ qui est valable même si F est de dimension infinie.

Dimensions infinies

$\mathbb{K}[X]$, tous les $\mathcal{C}^k(I, \mathbb{K})$ (I intervalle infini), $\mathbb{K}^I$, $\mathbb{K}^{\mathbb{N}}$