Le cadre d'étude est le suivant : on considère des fonctions f continues sur un **segment** $[a, b]$. I désigne un intervalle non vide et non réduit à un point

I Propriétés de l'intégrale

Interprétation graphique

Si $f \in \mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$ alors $\int\limits_a^b f(t)\mathrm{d}t$ représente

Théorème 1
Soient $f, g \in \mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$. On a donc $a \leqslant b$.

1. Linéarité :

   En d'autres termes $\varphi : f \mapsto \int_a^b f$ est une forme linéaire sur $\mathcal{C}([a, b], \mathbb{R})$.
2. Croissance :
3. Inégalité triangulaire :

Théorème 2 (Relation de Chasles)

Intégrer entre deux bornes

Si on a $a > b$, par définition $\int\limits_a^b f(t)\mathrm{d}t =$

II Théorème fondamental et conséquences

Théorème 3 (Théorème fondamental)
Soit $f \in \mathcal{C}(I, \mathbb{K})$. La fonction f est donc **continue** sur un **intervalle**.

1. Soit $x_0 \in I$ fixé. Alors est une primitive de f sur I.
2. Si F est une primitive de f sur I et $a, b \in I$ alors $\int\limits_a^b f(t)\mathrm{d}t =$
3. Si $f \in \mathcal{C}^1([a, b], \mathbb{K})$ alors $f(b) - f(a) =$

Théorème 4
Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction et .

$$\int_a^b f = 0 \Rightarrow \forall t \in [a, b]\ f(t) = 0$$

Théorème 5 (Intégration par parties)

Théorème 6 (Formule de Taylor avec reste intégral)
Soit $f \in \mathcal{C}^{n+1}(I, \mathbb{R})$, $a, b \in I$. Alors

$$f(b) = \qquad .$$

Théorème 7 (Changement de variable)

III Sommes de Riemann

III.0.1 Théorème

Soit $f \in \mathcal{C}([a,b],\mathbb{R})$.

On appelle somme de Riemann associée à f *les sommes*

$$Rg_n(f) = \frac{b-a}{n}\sum_{k=0}^{n-1} f(a+k\frac{b-a}{n}) \text{ et } Rd_n(f) = \frac{b-a}{n}\sum_{k=1}^{n} f(a+k\frac{b-a}{n}).$$

Alors les suites $(Rg_n)_n$ *et* (Rd_n) *convergent vers*

Interprétation graphique