

## Espace vectoriels

- Rappels sur les méthodes fondamentales : prouver la linéarité et prouver qu'un ensemble est un sous-espace.
- Applications linéaires en dimension finie : théorème du rang, automorphismes.
- Equations linéaires : forme de l'ensemble des solutions.
- Bases : familles libres et génératrices en dimension quelconques. Rappels sur la dimension finie.
- Espaces supplémentaires, théorème de Grassman.
- Hyperplans : équation d'un hyperplan dans une base.
- Projection et symétrie : définition générale, interprétation géométrique dans le plan. Lien avec le calcul des coordonnées dans une base.
- Espaces en somme directe. Définition, caractérisation par l'unicité de l'écriture du vecteur nul comme somme. Bases adaptées à une somme directe.
- Matrice d'une application linéaire, changement de base. Matrices semblables.
- Espaces stable, effet sur les matrices.

## Questions de cours

1. Interpolation de Lagrange : l'application  $P \mapsto (P(a_0), \dots, P(a_n))$  est un isomorphisme de  $\mathbb{K}_n[X]$  dans  $\mathbb{K}^{n+1}$ .
2. Donner un exemple de deux espaces supplémentaires dans  $\mathbb{R}^3$  et le prouver.
3. Prouver qu'une matrice donnée de taille 2 ou 3 est une matrice de projection et calculer les éléments caractéristiques (sur quoi ? parallèlement à quoi ?).