

Matrices carrées

- Rang et inversibilité des matrices.
- Matrices particulières : symétriques, triangulaires, diagonales.
- Trace d'une matrice carrée, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$. Linéarité de la trace.
- trace d'un endomorphisme.
- Déterminant d'une matrice carrée : effet des opérations élémentaires sur les colonnes, déterminants triangulaires.
- Caractérisation de l'inversibilité.
- Invariance par transposition, opérations sur les lignes.
- Développement par rapport à une ligne ou une colonne.
- Déterminant d'un produit.
- Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation de la bijectivité.

Questions de cours

1. Pour $\beta > 0$, donner le lien entre $\Gamma(\beta+1)$ et $\Gamma(\beta)$ où $\Gamma(\beta) = \int_0^{+\infty} t^{\beta-1} e^{-t} dt$.
Savoir prouver une des deux convergence, au choix de l'examinateur.
2. $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$.

3. Calcul de $d_n =$

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}_{(n)}$$