

Matrices carrées

- Rang et inversibilité des matrices.
- Matrices particulières : symétriques, triangulaires, diagonales.
- Trace d'une matrice carrée, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$. Linéarité de la trace.
- trace d'un endomorphisme.
- Déterminant d'une matrice carrée : effet des opérations élémentaires sur les colonnes, déterminants triangulaires.
- Caractérisation de l'inversibilité.
- Invariance par transposition, opérations sur les lignes.
- Développement par rapport à une ligne ou une colonne.
- Déterminant d'un produit.
- Déterminant d'un endomorphisme. Caractérisation de la bijectivité.

Séries numériques

- Convergence d'une série, divergence grossière.
- Séries de référence : géométriques, Riemann.
- Comparaison des séries à termes positifs.
- Règle de d'Alembert.
- Comparaison intégrale-série

Questions de cours

1. $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$.

2. Calcul de $d_n = \begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}_{(n)}$

3. Montrer que $u_n = -\ln(n) + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ converge en étudiant la convergence de $\sum (u_n - u_{n-1})$.