

Exercice 1

Calculer

1. $\int_0^1 \max(e^t, 2), dt.$

2. $\int_0^n e^{E(t)} dt.$

3. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin |t| dt$

4. $\int_{-\pi}^{\pi} \arccos(\cos(t)) dt$

5. $\int_{-1}^1 t^{19}(t^2 + 1)^{18} dt$

Exercice 2

Calculer

1. $\int_{-1}^1 \frac{dt}{t^2-4}$

2. $\int_0^1 \frac{t^2+5}{t^2+4} dt$

3. $\int_0^1 t \sin(t) e^t dt$

4. $\int_0^{\pi} \frac{\sin t}{3+\cos^2 t} dt$ ($u = \cos(t)$)

5. $\int_0^1 \frac{dt}{e^t+1}.$

6. $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{\ln(t)}{1+t^2} dt$ ($u = \frac{1}{t}$)

Exercice 3

Déterminer des primitives en précisant le ou les intervalle(s) de validité :

1. $\int \frac{\ln t}{t} dt$

2. $\int \frac{dt}{t \ln t}$

3. $\int \frac{t}{1+t^4} dt$

4. $\int e^{e^t+t} dt$

5. $\int \frac{t^3+t^2+2}{t^2+t} dt$

6. $\int t \arctan t dt$

7. $\int (t^2 - t + 1)e^{-t} dt$

8. $\int (t + 1) \operatorname{sh} t dt$

9. $\int \operatorname{sh} t \sin t dt$

10. $\int \frac{dt}{t^2+2t+2}$

11. $\int (\cos^4 t - \sin^4 t) dt$

12. $\int \cos(\ln t) dt$

Exercice 4Etudier la fonction $f : x \mapsto \int_0^x e^{-t^2} dt$. On étudiera en particulier sa parité, ses variations et on montrera qu'elle est bornée (sans calculer de limite).**Exercice 5**Pour $p, q \in \mathbb{N}$ on pose $I_{p,q} = \int_0^1 t^p(1-t)^q dt$

1. Montrer que $I_{p,q} = I_{q,p}$.

2. Calculer $I_{p,0}$.

3. Montrer que pour tous $p \in \mathbb{N}$ et $q \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ on a $I_{p,q} = \frac{q}{p+1} I_{p+1,q-1}$.

4. En déduire que pour tous $p, q \in \mathbb{N}$ on a $I_{p,q} = \frac{p!q!}{(p+q+1)!}$.