Séries numériques

— Séries absolument convergentes. Produit de Cauchy. Les séries alternées sont hors programme.

Matrices carrées

1. Rappels sur les calculs de puissance (Newton, preuve par récurrence). Manipulation des expressions polynomiales.
2. Rappels sur les matrices inversibles : matrices triangulaires, caractérisations par la famille des lignes ou des colonnes qui est une base, interprétation sur les systèmes linéaires.
3. Trace d'une matrice, trace d'un endomorphisme.
4. Déterminant d'une matrice carrée : effets des opérations élémentaires sur les colonnes, invariance par transposition. Développement par rapport à une colonne ou une ligne.
5. Caractérisation des matrices inversibles par le déterminant.
6. Déterminant d'un produit de matrices, déterminant d'un endomorphisme.

Questions de cours

1. Montrer que pour $z \in \mathbb{C}$, la série $\sum\limits_{n \geqslant 0} \frac{z^n}{n!}$ est absolument convergente.
2. Pour $z \in \mathbb{C}$ on pose $f(z) = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$. Rappeler la valeur de $f(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$ et montrer que pour $a, b \in \mathbb{C}$, $f(a)f(b) = f(a+b)$.
3. Pour un projecteur p d'un espace de dimension finie, $\mathrm{tr}(p) = \mathrm{rg}(p)$.