

Devoir maison n°3

A rendre le 9/11

Dénombrement

Exercice 1

Dans une famille de deux enfants, quelle est la probabilité que le cadet soit un garçon sachant que l'aîné est une fille ? Sachant que l'un des deux est une fille, quelle est la probabilité que l'autre soit une fille ?

On commencera par préciser l'univers Ω .

Exercice 2

Soit $M \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$. On choisit au hasard et successivement $n \leq M$ nombres entre 1 et M . Quelle est la probabilité qu'aucun nombre ne soit choisi plus d'une fois ?

Application numérique (en python) : $M = 365$, $n = 48$. Nous venons de calculer la probabilité pour que tous les élèves de la classe aient des anniversaires distincts.

Indépendance

Exercice 3

Deux avions A et B ont respectivement 2 et 4 moteurs. Chacun de ces moteurs est indépendant des autres, et tombe en panne au cours d'un vol avec une probabilité p . Un avion parvient à destination ssi la moitié ou moins de ses moteurs tombe en panne.

Sachant que vous n'avez aucune envie de nager, discuter suivant la valeur de p quel est l'avion de votre choix.

Lois usuelles

Exercice 4

Un étudiant passe le concours de l'ENAC qui est un QCM composé de $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ questions, chacune comportant 4 réponses dont une seule est juste¹. Pour chaque question notre candidat a une probabilité $p \in]0, 1[$ de connaître la bonne réponse. Pour les autres il choisit au hasard l'une des quatre réponses.

On note X le nombre de questions pour lesquelles il connaissait la réponse et Y le nombre de réponses au hasard juste.

1. Donner la loi de X
2. Donner la loi conditionnelle de Y sachant ($X = k$) (on précisera pour quelles valeurs de k ce calcul a du sens).
3. Donner la loi de $Z = X + Y$ qui est le nombre total de bonnes réponses. On doit donc trouver $\mathbb{P}(X + Y = m)$ où m peut prendre des valeurs que vous préciserez.
4. Calculer l'espérance de Z (qui ressemble à la note moyenne que notre étudiant obtiendra).

Exercice 5 (Bonus)

Un archer tire sur n cibles. A chaque tir il a une probabilité p de toucher la cible.

Il tire une première fois sur chaque cible et on note X le nombre de cibles touchées. Il tire ensuite une seconde fois sur chaque cible non atteinte et on note Y le nombre de coups au but lors de cette deuxième tentative.

Donner la loi de X puis la loi de $Z = X + Y$.

1. ce qui est faux en pratique, mais simplifions le problème.