

Devoir maison n°5

A rendre le 04/12

Vous pouvez rendre une copie pour deux si et seulement si chacun participe à la recherche ET à la rédaction.

Exercice 1

Soit X et Y deux variables aléatoires entières positives ou nulles vérifiant

$$\mathbb{P}(X = i, Y = j) = \begin{cases} \frac{\lambda^i e^{-\lambda} \alpha^j (1-\alpha)^{i-j}}{j!(i-j)!} & \text{si } 0 \leq j \leq i \\ 0 & \text{si } 0 \leq i < j \end{cases}$$

où α et λ sont des constantes fixées vérifiant $0 < \alpha < 1$ et $\lambda > 0$.

1. Quelle est la loi de X ?
2. Quelle est la loi de Y ?
3. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
4. On pose $Z = X - Y$. Déterminer la loi de Z .
5. Soient j et n deux entiers naturels. Calculer la probabilité conditionnelle $\mathbb{P}(Y = j | Z = n)$.
6. Que peut-on en déduire pour les variables Y et Z ?
7. On suppose que le nombre d'enfants d'une famille française est une variable aléatoire de loi de Poisson de paramètre 2,2. On admet que la probabilité d'avoir un garçon est égale à 1/2 et que les naissances successives sont indépendantes. Trouver la probabilité que cette famille ait i enfants dont j garçons.