

**Exercice 1****Suite logique**

On considère la suite logique suivante

1 11 21 1211 111221 ...

On se propose d'écrire un programme en Python qui détermine le  $n^e$  terme de cette suite (sous la forme d'une chaîne de caractère).

1. Écrire la fonction `convliste(L)` qui à partir d'une liste de la forme  $L = [5, '1', 3, '2', 1, '3']$  renvoie la chaîne de caractère '513213'.
2. Écrire une fonction `compte(i, s)` qui compte le nombre de caractères consécutifs identiques à  $s[i]$  à partir de l'indice  $i$ .  $s$  est une chaîne de caractère et  $i$  un indice valide. Cette fonction renvoie le nombre et le caractère  $s[i]$ .
3. Écrire la fonction `suitelogique(s)` qui donne le terme suivant la chaîne  $s$ .
4. Donner le 13<sup>e</sup> terme de la suite logique du début de l'énoncé.
5. Tracer la courbe de la longueur du  $n^i$ ème terme en fonction de  $n$  pour  $n \in [1, 25]$ .
6. Calculer les rapports de longueur successives des 25 premiers termes. Que conjecturer ?

**Exercice 2****Algorithme de recuit simulé appliqué au problème du voyageur de commerce ( 🐼 )**

On considère  $A_0, \dots, A_{n-1}$   $n$  points du plan. On cherche un circuit passant par tous ces points en commençant par  $A_0$  et en finissant par  $A_{n-1}$  et de longueur aussi petite que possible.

On représentera les abscisses et les ordonnées de ses points par deux listes python (que l'on notera  $X$  et  $Y$ ).

1. Écrire une fonction `creepoints(n)` qui renvoie les listes  $X$  et  $Y$  correspondant à  $n$  points tirés au hasard dans  $[-100, 100]^2$ .
2. Écrire une fonction `longueur(X, Y, sigma)` qui calcule la longueur de la ligne polygonale

$$\sum_{i=0}^{n-2} A_{\sigma(i)} A_{\sigma(i+1)}$$

où  $\sigma(i) = \text{sigma}[i]$ ,  $\text{sigma}$  étant une liste de  $n$  entiers parmi  $[0, n-1]$  correspondant à une **permutation** donnée des indices de  $A_0, \dots, A_{n-1}$ . (c'est à dire que  $\text{sigma}$  est la liste des entiers  $0, \dots, n-1$  mais dans le désordre).

3. On ne connaît d'algorithme général permettant de trouver le plus court chemin, c'est-à-dire la meilleure permutation  $\sigma'$  de  $[1, n-2]$  telle que

$$A_0, A_{\sigma'(1)}, A_{\sigma'(2)}, \dots, A_{\sigma'(n-2)}, A_{n-1}$$

soit le plus court chemin de complexité inférieure à  $(n-2)!$

Il existe un algorithme approché qui permet d'obtenir une solution proche de la solution optimale assez rapidement, on l'appelle **algorithme de recuit simulé**. Voici le principe.

On part de la permutation  $\text{sigma} = [0, \underbrace{1, 2, \dots, n-2}_{\text{à permuter...}}, n-1] = \sigma$

On pose  $T = \text{longueur du chemin } ((A_i), \sigma)$  symbolisant la température

- On choisit une permutation voisine. Pour cela, on pourra (pour simplifier) choisir  $i$  et  $j$  dans  $[1, n-2]$  et permuter  $i$  et  $j$  dans  $\sigma$ , on obtient  $\sigma'$ . On calcule  $\delta = \text{longueur}((A_i), \sigma') - \text{longueur}((A_i), \sigma)$ .  
(on pourra aussi transformer  $i, i+1, \dots, j$  en  $j, j-1, \dots, i+1, i$  et comparer les résultats)
- si  $\delta \leq 0$ , on remplace  $\sigma$  par  $\sigma'$
- sinon on remplace  $\sigma$  par  $\sigma'$  avec une probabilité de  $e^{-\frac{\delta}{T}}$
- on remplace  $T$  par  $q \times T$ ,  $q$  étant une constante proche de 1,  $< 1$ , typiquement  $q = 0,99$ .
- on recommence cette recherche de permutation un nombre donné de fois, typiquement  $n^3$ .

Écrire une fonction `recuit(X, Y, nb)` qui renvoie les listes  $X1, Y1$  correspondant au chemin obtenu après utilisation de l'algorithme de recuit simulé (on prendra  $q = 0,99$  et un nombre d'itération de  $n^3$ ).

Représenter le chemin avant et après utilisation de cet algorithme.

INDICATION on pourra utiliser les fonctions python

```
from random import randint, random
from math import sqrt, exp
import matplotlib.pyplot as plt
```

**Exercice 3****Sous-chaîne d'ADN ( 🐼 )**

On se donne une chaîne de caractères parmi 'A', 'C', 'G' et 'T' représentant un brin d'ADN.

L'ADN se lit par mot de 3 lettres = un codon.

Le **codon d'initiation** est TAC (méthionine).

Les **codons stop** sont ATT, ATC et ACT.

1. Écrire une fonction `codon(ch)` où  $ch$  est une chaîne de trois caractères et qui renvoie 0 si la liste représente le codon d'initiation, 1 si la liste représente un codon stop et -1 dans les autres cas.
2. Écrire une fonction `trouveADN(s)` qui en lisant de gauche à droite la chaîne  $s$  extrait le premier code encadré par la codon d'initiation et un codon stop. La fonction renvoie les indices du début des deux codons (None au lieu de l'indice si le codon n'a pas été trouvé).