Révisions sur les séries

- Définition d'une série, sommes partielles.
- Séries convergentes, divergentes, grossièrement divergentes : définitions et exemples.
- Séries de références : connaître la nature des séries de Riemann, séries géométriques (raison complexe).
- Séries à termes positifs : elles convergent ssi elles sont majorées. Théorème de convergence par comparaison (majorant, négligeable, équivalent)
- Application à l'étude des suites : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ssi $\sum_{n\in\mathbb{N}} (u_{n+1} - u_n)$ converge.
- Séries à termes complexes : convergence absolue, elle entraîne la convergence.
- Produit de Cauchy de deux séries numériques absolument convergentes.
- Pour $z \in \mathbb{C}$, $\sum\limits_{n\geqslant 0} \frac{z^n}{n!}$ converge absolument et quand $x \in \mathbb{R}$, $\sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!} = e^x$

Quelques révisions de géométrie

- Equation de plan (vectoriels) dans l'espace, de droite (vectorielles) dans le plan : savoir donner un vecteur normal et une base.
- A partir d'une base, savoir retrouver une équation.
- Projection orthogonale d'un vecteur sur une droite vectorielle du plan (savoir refaire le schéma, retrouver les conditions géométriques, puis résoudre).

Questions de cours

1. Pour $(u_n) \in \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$, si $u_n \nrightarrow 0$ alors $\sum u_n$ diverge.
2. Pour $q \in \mathbb{C}$ la série $\sum_{n\in\mathbb{N}} q^n$ converge ssi $|q| < 1$ et en cas de convergence sa somme vaut $\frac{1}{1-q}$.
3. On pose pour $z \in \mathbb{C}$, $f(z) = \sum\limits_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n}{n!}$. Montrer que pour $a, b \in \mathbb{C}$ on a $f(a)f(b) = f(a+b)$.