

Matrices carrées

- Rappel sur quelques méthodes de calcul de puissances d'une matrice : récurrence, Newton, calculer un reste dans une division euclidienne de polynômes.
- Matrices inversibles : définition, différentes CNS, méthode pratique de calcul de l'inverse.
- Matrice d'une famille, d'une application linéaire. Lien entre composition et produit, changement de base.
- Trace d'une matrice, d'une application linéaire.
- Déterminant d'une matrice : définition en tant qu'une application linéaire par rapport à chaque colonne, valant 1 en I_n et anti-symétrique.
- Opérations élémentaires sur un déterminant, déterminant d'une matrice triangulaire.
- A est inversible ssi $\det(A) \neq 0$.
- $\det({}^tA) = \det(A)$.
- Développement par rapport à une ligne ou un colonne.
- $\det(AB) = \det(A) \det(B)$.

Questions de cours

1. Pour $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $A \in GL_n(\mathbb{K}) \iff {}^tA \in GL_n(\mathbb{K})$.
2. Pour $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, $\text{tr}(AB) = \text{tr}(BA)$.

3. Calcul du déterminant de taille n :

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}$$