Matrices carrées

- Déterminant d'une matrice : définition en tant qu'une application linéaire par rapport à chaque colonne, valant 1 en I_n et anti-symétrique.
- Opérations élémentaires sur un déterminant, déterminant d'une matrice triangulaire.
- A est inversible ssi $\det(A) \neq 0$.
- $\det({}^tA) = \det(A)$.
- Développement par rapport à une ligne ou un colonne.
- $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.

Séries entières

- Forme des séries entières, somme en tant que fonction.
- Domaine de convergence : lemme d'Abel, rayon de convergence.
- Déduction du rayon par la convergence et la divergence de certaines séries.
- Rayon de la somme, du produit, de $\sum n a_n z^n$.
- Application de la règle de d'Alembert pour le calcul du rayon (aucune formule liant $\lim \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|}$ au rayon n'est au programme).
- Propriétés de la somme dans le cas d'une variable réelle : continuité, intégration terme à terme, dérivation terme à terme.

Questions de cours

1. Calcul du déterminant de taille n : $\begin{vmatrix} -3 & 2 & 0 & \dots & & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 1 & -3 & 2 \\ 0 & & \dots & & 1 & -3 \end{vmatrix}$
2. Montrer que $\forall x \in]-1,1[\ \ln(1+x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$.
3. Calcul du rayon de convergence de $\sum \binom{2n}{n} x^n$.